• 自动化技术 •

一种 I/Q 失衡误差的估计和补偿方法

孟　婕，王厚军，叶　芃*，杨扩军，赵　禹，郭连平，蒋　俊

(电子科技大学自动化工程学院　成都　611731)

【摘要】零中频架构近年来得到广泛应用，但是该架构中的同相/正交 (I/Q) 失衡问题严重影响接收信号的质量。通过后端补偿算法消除 I/Q 失衡是最为有效的手段之一，然而现有文献对宽带系统 I/Q 失衡中时间失配 (TM) 误差的研究不够全面。该文建立了一种包含 TM 误差的宽带 I/Q 失衡增广误差模型，首先基于数据辅助型方法对失衡误差进行估计，采用多项式拟合的方法将相位失衡误差进行分解，基于分解后的失衡误差设计了一种基于非线性相位的实数有限脉冲响应 (FIR) 滤波器的补偿结构对各项失衡误差进行补偿。根据最小二乘 (LS) 的思想选择最优的延时值以保证补偿滤波器的因果性，补偿滤波器的设计结合 Krylov 子空间迭代算法中的共轭梯度平方 (CGS) 算法和增大过渡带设计频点间隔的设计思想。实验结果表明，设计的补偿滤波器在保证过渡带衰减特性的前提下提高了失衡误差的补偿精度，带有 I/Q 失衡增广误差的系统在引入该文设计的补偿结构后获得了近 77 dB 相对镜像比 (RIR) 提升。

关　键　词　滤波器设计；　I/Q 失衡；　Krylov 子空间；　多项式拟合；　宽带零中频架构

中图分类号　TN98　　**文献标志码**　A　　doi:10.12178/1001-0548.2021227

A Method of I/Q Imbalance Estimation and Compensation

MENG Jie, WANG Houjun, YE Peng*, YANG Kuojun, ZHAO Yu, GUO Lianping, and JIANG Jun

(School of Automation Engineering, University of Electronic Science and Technology of China　Chengdu　611731)

Abstract　The zero-IF architecture has been widely used in recent years, but inphase/quadrature (I/Q) imbalance deteriorates the quality of received signals seriously. Eliminating I/Q imbalance through back-end compensation algorithms is one of the most efficient methods, but the existing literature does not comprehensively study the time mismatch (TM) error in broadband I/Q imbalance. An augmented error model of wideband I/Q imbalance including TM errors is established in this paper. The data-aided method is used to estimate the imbalance value in this paper, and then the polynomial fitting is applied to decompose the phase mismatch. Based on the decomposed error, a corresponding compensation structure based on a real-valued finite impulse response (FIR) filter with nonlinear phase is proposed to eliminate the separated imbalance errors. The design of the compensation filter firstly selects the optimal delay value according to the theory of least square (LS) to ensure the causality, and then utilizes the conjugate gradient square (CGS) algorithm based on the Krylov subspace, incorporating the design idea of increasing the transition band frequency interval to design the compensation filter. The experimental results show that the designed compensation filter improves the compensation accuracy of the imbalance error under the premise of ensuring the attenuation characteristics of the transition band, and the system with I/Q augmented imbalance can obtain a nearly 77 dB relative image ratio (RIR) improvement after introducing the compensation structure designed in this paper.

Key words　filter design;　I/Q imbalance;　Krylov subspace;　polynomial fitting;　wideband zero-IF architecture

随着电子信息技术的飞速发展，电子信号呈现出急剧上升的高瞬态以及高复杂度等特性，对无线通信、电子测量以及雷达测试等领域系统带宽提出了更高的要求。零中频架构采用模拟正交混频技术，可以极大地降低系统对模数转换器 (analog digital converter, ADC) 输入带宽和采样率的要求，目前已广泛应用于具有高带宽和高采样率的电子系统中完成信号的接收，为后续信号的处理和

收稿日期：2021－08－21；修回日期：2021－10－15

基金项目：国家自然科学基金 (61871100, 61801092)；中央高校基本科研基金 (ZYGX2020ZB003, ZYGX2020ZB002, ZYGX2020J012)；四川省重大科学仪器设备专项 (2019ZDZX0041, 2019ZDZX0037)

作者简介：孟婕 (1992－)，女，博士生，主要从事矢量信号分析、高速数据采集、数字信号处理等方面的研究.

*通信作者：叶芃，E-mail：yepeng_uestc@163.com

分析提供了前提。零中频架构直接将射频信号转换为基带同相 (inphase, I) 和正交 (quadrature, Q) 信号，因此相比于传统的超外差式架构需要更少的模拟器件[1]，然而模拟器件由于设计的限制因素存在一定的非理想特性，导致 I 和 Q 信号之间幅度和相位不匹配，发生 I/Q 失衡问题[2]。I/Q 失衡问题导致系统对镜像频率的抑制不足，从而严重恶化接收信号的质量并损害系统的相对镜像比 (relative image ratio, RIR)[3]，在具有更高硅集成度和更大调制阶数的宽带通信系统中，I/Q 失衡问题往往会进一步加剧[4]。另外，高带宽高采样率系统对 I/Q 信号之间的时间失配 (time mismatch, TM) 误差相比于窄带系统变得更为敏感。不同于传统 I/Q 失衡误差，TM 误差一般由 I/Q 通道路径长度不一致，或两路 ADC 的采样起始时间不一致等原因引起[5]，是 I/Q 相位失衡的重要组成部分，会导致幅度较大的镜像分量。

后端数字补偿技术是解决宽带 I/Q 失衡问题最常用也是最有效的技术手段之一，目前已有诸多解决 I/Q 失衡问题的研究，部分只考虑了与频率无关 (frequency independent, FI) 的失衡误差[6]，FI 失衡误差值为常数，因此这些方法只适用于窄带系统。而对于宽带系统，I/Q 通道间器件频响不一致等因素引入的幅度和相位失衡误差会随着信号频率的变化而变化，为频率相关 (frequency selective, FS) 误差。针对 FS 误差模型，文献 [7] 提出了一种基于复数有限脉冲响应 (finite impulse response, FIR) 滤波器的 I/Q 失衡误差的补偿方法，但实现复数补偿滤波器消耗资源较大。文献 [8] 提出了一种基于实数 FIR 滤波器的补偿架构，相比于文献 [7] 复数 FIR 滤波器的复杂度降低，但对补偿前 RIR 有明确的阈值要求，存在一定的局限性。上述方法均利用信号的统计特性设计补偿滤波器，忽略了 TM 误差的影响，无法感知 I/Q 信号之间 TM 误差的整数部分[9]。同样，文献 [10] 虽然考虑了 TM误差，但只能消除整数采样周期的 TM 误差，因不能消除 TM 误差的小数采样周期部分而导致精度受限。因此，现有文献大多忽视了 TM 误差的影响，少数考虑 TM 误差的方法也不能对 TM 误差进行精确的估计和补偿。

文献 [7] 和文献 [8] 的方法都是基于在线补偿的思路，需要高昂的计算资源且系统复杂度较高，而实际前端模拟电路的幅度和相位失衡误差时变性较弱，在一个稳定的运行环境中只需要将校正过程加入开机启动程序，不定期地根据需要执行误差估计及相应的校准即可达到补偿失衡误差的效果。因此，本文考虑到 TM 误差对于宽带系统影响的重要性，建立了一种包含 TM 误差的 I/Q 失衡增广误差模型，并将误差估计和补偿过程进行解耦，采用“离线估计，在线补偿”的补偿策略。首先采用数据辅助方法估计 I/Q 失衡误差，并应用多项式拟合的方法对估计的相位误差进行分解处理，得到各部分相位误差的估计值。失衡误差补偿结构的设计采用对各部分失衡误差“分而治之”的思路，其中估计得到的非线性相位 (nonlinear phase, NP) 误差与幅度失衡误差通过实数 FIR 滤波器进行联合补偿，相比于复数补偿滤波器可以节省大量的运算资源。在考虑滤波器因果性的基础上应用基于 Krylov 子空间的共轭梯度平方 (conjugate gradient squared, CGS) 算法，结合增大过渡带设计频点间隔的思想设计补偿滤波器，避免了直接求逆带来的较大存储资源消耗和病态矩阵 (ill-conditioned) 问题[11]。

1 I/Q 失衡模型

I/Q 失衡模型如图 1 所示，设接收到的射频信号为$r(t)$，载波频率为ω_{LO}，两路本振 (local oscillator, LO) 信号分别为$\cos(\omega_{\mathrm{LO}}t)$和$-g\sin(\omega_{\mathrm{LO}}t+\varphi)$，其中$\varphi$是 LO 相偏，$g$是 LO 引入的幅度误差，$\delta_d$是 I/Q 信号之间的 TM 误差。I/Q 两路的低通滤波器 (low-pass filter, LPF)$H_{\mathrm{I}}(\omega)$和$H_{\mathrm{Q}}(\omega)$用于消除正交混频产生的高频分量，ADC 分别对 I/Q 两路信号进行采样，将模拟 I/Q 信号转化为数字信号，采样后的信号分别表示为$x_{\mathrm{I}}(n)$和$x_{\mathrm{Q}}(n)$。

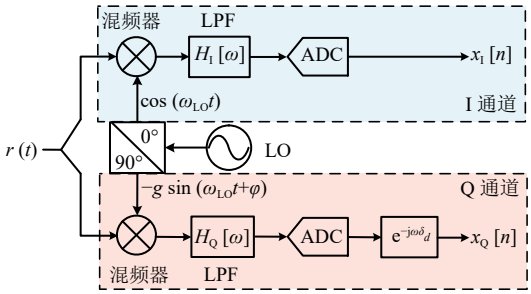


图 1 I/Q 失衡模型

$A(\omega)$和$\phi(\omega)$是由滤波器$H_{\mathrm{I}}(\omega)$和$H_{\mathrm{Q}}(\omega)$之间的不匹配引入的幅度和相位失衡误差。综上，带有上述失衡误差的复信号的频域表达式$X(\omega)$可以表示为：

$$X(\omega)=H_1(\omega)Y(\omega)+H_2(\omega)Y^*(-\omega) \tag{1}$$

式中，$Y(\omega)$是理想的基带复信号；$Y^*(-\omega)$为误差引

起的镜像信号分量，且：

$$H_1(\omega)=\frac{1+gA(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(-\omega\delta_d+\phi(\omega))}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi}}{2}$$
$$H_2(\omega)=\frac{1-gA(\omega)e^{\mathrm{j}(-\omega\delta_d+\phi(\omega))}e^{\mathrm{j}\varphi}}{2} \tag{2}$$

变量 RIR 用于量化镜像抑制的效果，定义为：

$$\mathrm{RIR}(\omega)=\frac{|H_1(\omega)|^2}{|H_2(-\omega)|^2} \tag{3}$$

2　失衡误差估计及分离

I/Q 失衡误差参数的估计方法主要分为时域估计法和频域估计法两大类。时域估计法是基于 properness 统计特性的误差估计方法，但是无法估计 I/Q 信号之间 TM 误差的整数部分。而频域估计方法是通过对输入的辅助正弦信号进行时频域转换，从而根据信号频谱估计误差参数，更加适合估计 I/Q 失衡增广误差，因此本文将选用基于正弦信号的失衡误差频域估计方法。

理论上根据 FS 失衡误差频响特性关于正负频率的对称关系，即埃尔米特对称性[12]，可以得到 LO 相偏的估计值，但是由于实际系统中模拟器件的非理想特性以及噪声的存在，失衡误差参数不一定会呈现严格的对称关系，理想的对称性假设会导致失衡误差参数估计不准确，从而影响后续的补偿精度。另外，基于正弦扫频信号的估计方法只能得到总的相位误差参数，当系统中存在 TM 误差时，该方法无法分离 TM 误差和 NP 误差。因此，本节采用基于扫频信号获取全带宽各个频点总相位失衡误差，然后对总相位失衡误差进行多项式拟合的方法来求解各部分独立的相位误差参数。

设ω_k为单音信号频率，$k=1,2,\cdots,K$，K为总的输入扫频信号个数，这一组信号频率等间隔的覆盖了整个基带带宽。$\omega_{\mathrm{LO}}=2\pi f_{\mathrm{LO}}$为 LO 信号角频率，扫频单音信号逐个被送入接收机并分别与两路 LO 信号进行混频。具体推导过程参考文献 [13]，将估计得到的 I/Q 信号幅度误差和相位误差分别表示为$\hat{A}(\omega)$和$\hat{\theta}(\omega)$。

首先对测得的相位失衡误差$\hat{\theta}(\omega)$进行多项式拟合，$\hat{\theta}(\omega)$可以拟合为一个S阶多项式：

$$\hat{\theta}(\omega)=P_0+P_1\omega+\cdots+P_S\omega^S \tag{4}$$

将式 (4) 表示为矩阵形式$\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{P}$，其中$\boldsymbol{P}$为拟合多项式系数向量，且

$$\boldsymbol{\theta}=[\ \hat{\theta}(\omega_1)\quad \hat{\theta}(\omega_2)\quad \cdots\quad \hat{\theta}(\omega_K)\ ]^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{P}=[\ P_0\quad P_1\quad \cdots\quad P_S\ ]^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}1 & \omega_1 & \omega_1{}^2 & \cdots & \omega_1{}^S\\ 1 & \omega_2 & \omega_2{}^2 & \cdots & \omega_2{}^S\\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots\\ 1 & \omega_K & \omega_K{}^2 & \cdots & \omega_K{}^S\end{bmatrix} \tag{5}$$

拟合多项式系数可以采用线性回归的最小二乘 (least square, LS) 法求得，相位误差拟合的代价函数$\boldsymbol{J}$可以表示为：

$$\boldsymbol{J}=(\boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{P}-\boldsymbol{\theta})^{\mathrm{T}}\cdot(\boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{P}-\boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{P}-\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta} \tag{6}$$

而系数向量$\boldsymbol{P}$的理论最优解应该使得$\boldsymbol{J}$最小，因此令式 (6) 中$\boldsymbol{J}=0$，得到：

$$\boldsymbol{P}=(\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K})^{-1}\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta} \tag{7}$$

P_0和P_1分别为拟合多项式的常数项和一阶项系数，该值分别为 LO 相偏估计值$\hat{\varphi}$和 TM 误差估计值$\hat{\delta}_d$，剩余部分则为 LPF 频响误差引入的相位误差的估计值$\hat{\phi}(\omega)$。根据各部分相位误差和频率的关系，可以将总相位失衡误差分为线性相位 (linear phase, LP) 部分和 NP 部分，其中 LP 部分包括 LO 相偏$\hat{\varphi}$和 TM 误差$\hat{\delta}_d$，而 NP 部分则由$\hat{\phi}(\omega)$组成。

3　I/Q 失衡补偿结构及补偿算法设计

3.1　I/Q 失衡补偿结构

本文设计的补偿结构如图 2 所示，主要分为 LP 补偿、NP 和幅度失衡误差补偿两个部分，并分别用虚线框和实线框进行了标注。

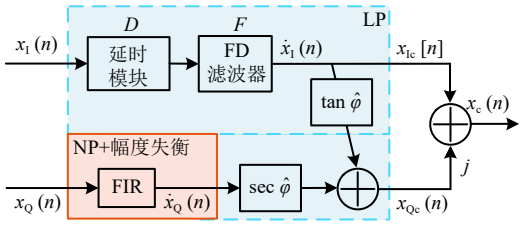


图 2　失衡误差补偿结构

首先 LP 补偿部分中的 TM 误差$\hat{\delta}_d$可以分为整数D和分数F两个部分，即$\hat{\delta}_d=F+D$。延时模块用于消除整数部分D，而分数部分F可以采用分数延时 (fractional delay, FD) 滤波器补偿，经过延时模块和 FD 滤波器的 I 信号为$\dot{x}_{\mathrm{I}}(n)$。LP 中的 LO 相偏$\hat{\varphi}$则由两个增益因子$\tan\hat{\varphi}$和$\sec\hat{\varphi}$进行补偿。实数 FIR 滤波器用于补偿 NP 误差$\hat{\phi}(\omega)$和幅度失衡误差$\hat{A}(\omega)$，经过滤波器后的 Q 信号为$\dot{x}_{\mathrm{Q}}(n)$，经过补偿模块后的 I/Q 信号可以分别表示为：

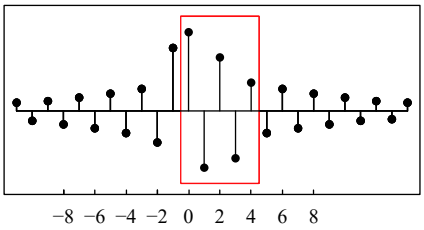
$$x_{\mathrm{Qc}}(n)=\tan\varphi\dot{x}_{\mathrm{I}}(n)+\sec\varphi\dot{x}_{\mathrm{Q}}(n)$$
$$x_{\mathrm{Ic}}(n)=\dot{x}_{\mathrm{I}}(n) \tag{8}$$

3.2 指定频响的补偿滤波器设计

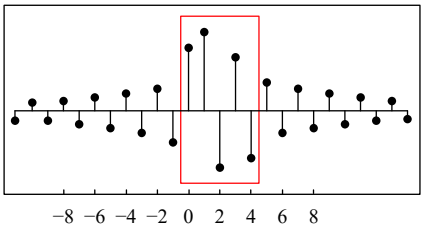
根据第 2 节中的多项式拟合算法可以直接得到 LO 相偏$\hat{\varphi}$和 TM 误差$\hat{\delta}_d$并对其补偿，设 NP 误差$\hat{\phi}(\omega)$和幅度失衡误差$\hat{A}(\omega)$组成的误差频响为$\boldsymbol{H}_{\mathrm{opt}}$，频响$\boldsymbol{H}_{\mathrm{opt}}$的补偿转化为一个具有 NP 特性的实数 FIR 补偿滤波器的设计问题。

3.2.1 补偿滤波器设计的因果性问题

本节的目标是设计一个实数 FIR 滤波器去逼近$\boldsymbol{H}_{\mathrm{opt}}$，但是补偿$\boldsymbol{H}_{\mathrm{opt}}$可能需要一个非因果或具有无限长脉冲响应的滤波器，在实际的系统中无法实现这样的滤波器，需要对其进行截断，而截断长度以及截断起始点会直接影响滤波器的设计精度。假设截断阶数为N，则截断的操作相当于一个长度为N的矩形窗去点乘该滤波器的脉冲响应，而点乘序列的起点则取决于时延值d。设无限长非因果滤波器的脉冲响应如图 3a 所示，$d=0$时则代表矩形窗框选的是抽头$0\sim N-1$，然而抽头-1的幅度明显大于抽头$N-1$，因此直接截断会引入较大的误差。以图 3b 中$d=1$的方式进行截断，此时框选的是图 3a 中的抽头$-1\sim N-2$，则将值较大的抽头-1也包括在截取的系数中，因此$d=1$截取得到的滤波器逼近精度要高于$d=0$的截取方式。



a. d=0



b. d=1

图 3 滤波器截断示意图

综上所述，在选定滤波器阶数的情况下，时延值d的选取会对滤波器的设计精度造成很大影响。加入延时d的目标频响$\boldsymbol{H}_{\mathrm{opt_}d}$可以表示为：

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{opt_}d}=\boldsymbol{D}\times\boldsymbol{H}_{\mathrm{opt}} \tag{9}$$

式中，$\boldsymbol{D}=\mathrm{diag}(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi d\omega_1},\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi d\omega_2},\cdots,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi d\omega_K})$，$d\in(0,1,\cdots,N-1)$；$\times$代表矩阵乘法。

滤波器设计精度可以由设计滤波器频响$\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{opt_}d}$和$\boldsymbol{H}_{\mathrm{opt_}d}$之间的均方误差 (mean square error, MSE) 进行衡量，即：

$$\mathrm{MSE}_d=\frac{1}{K}|\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{opt_}d}-\boldsymbol{H}_{\mathrm{opt_}d}| \tag{10}$$

根据 LS 的思路，最优时延值d_{opt}为：

$$d_{\mathrm{opt}}=\arg\min_{d}\mathrm{MSE}_d \tag{11}$$

3.2.2 补偿滤波器设计原理

式 (10) 中的 MSE 包含所有待设计频点的频响误差，若将全奈奎斯特带宽均匀抽样后的频响作为目标频响，则过渡带的设计频点较多。过渡带的设计频点占据总频点的权重越大，在 MSE 一定的情况下通带频点的设计精度越差，若减小扫频频率间隔会使得该现象更为严重。因此本文通过增大目标频响的过渡带频点间隔，减少待拟合的过渡带频点个数的方式来提高通带的补偿精度。由于过渡带频响设计的主要目的是保证过渡带的衰减特性，防止系统信噪比的恶化，因此只需要保证目标幅频特性在过渡带处呈现衰减趋势即可。由于目标相频$\hat{\phi}(\omega)$是非线性相位，为避免群延时发生陡变而使得滤波器难以设计，本文相频的设计原则是根据已有的通带边界相位值及其趋势进行平滑拟合。

设增加过渡带后的全奈奎斯特带宽目标频响为$\boldsymbol{H}_d=[\boldsymbol{H}_{\mathrm{sn}},\boldsymbol{H}_{\mathrm{opt_}d},\boldsymbol{H}_{\mathrm{sp}}]$，$\boldsymbol{H}_{\mathrm{sp}}$和$\boldsymbol{H}_{\mathrm{sn}}$分别为正负频段增加的过渡带频响，长度均为$L$，因此$\boldsymbol{H}_d$的总长度为$R=2L+K$。定义傅里叶变换矩阵$\boldsymbol{F}_{r,n}=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\omega_r n}$，其中$r=1,2,\cdots,R$，$n=0,1,\cdots,N-1$，$N$为设计补偿滤波器阶数，滤波器系数$\boldsymbol{h}_d$和$\boldsymbol{H}_d$之间的关系可以表示为：

$$\boldsymbol{H}_d=\boldsymbol{F}\times\boldsymbol{h}_d \tag{12}$$

在式 (12) 的两边同时乘以矩阵$\boldsymbol{F}$的共轭转置$\boldsymbol{F}^{\mathrm{H}}$，得到$\boldsymbol{F}^{\mathrm{H}}\times\boldsymbol{H}_d=\boldsymbol{F}^{\mathrm{H}}\times\boldsymbol{F}\times\boldsymbol{h}_d$。令$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{F}^{\mathrm{H}}\times\boldsymbol{F}$，$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{F}^{\mathrm{H}}\times\boldsymbol{H}_d$，则式 (12) 可以转化为：

$$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{h}_d \tag{13}$$

至此，补偿滤波器的设计被转化为一个线性方程求解的问题，求解线性方程的方法可以归纳为两大类：直接求解法和迭代求解法。直接求解法主要包括消元法、Cholesky 分解法等[14]，但直接求解法

会涉及矩阵求逆的计算，需要消耗大量的计算及存储资源，还可能存在病态矩阵问题，因此本文采用迭代求解法的思想设计补偿滤波器。

3.3　基于 Krylov 子空间迭代法的滤波器设计

本节将围绕迭代法中的投影法展开讨论，其中基于 Krylov 子空间的迭代算法是投影法最为经典的算法之一[15]。投影法通过迭代算法在仿射子空间中搜寻满足 Petrov-Galerkin 条件的近似解，设由$\boldsymbol{A}$和初始残差$\boldsymbol{r}_0$张成的 Krylov 子空间为：

$$\mathcal{K}_m(\boldsymbol{A},\boldsymbol{r}_0)=\mathrm{span}\{\boldsymbol{r}_0,\boldsymbol{A}\boldsymbol{r}_0,\cdots,\boldsymbol{A}^{m-1}\boldsymbol{r}_0\} \tag{14}$$

式中，初始残差$\boldsymbol{r}_0=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{h}_{d,0}$，$\boldsymbol{h}_{d,0}$为式 (13) 中的任意初始解；$m$维的仿射子空间表示为$\mathcal{K}_m(\boldsymbol{A},\boldsymbol{r}_0)+\boldsymbol{h}_{d,0}$。投影法主要包括基于 Lanczos 和 Arnoldi 过程的迭代算法，基于 Lanczos 过程的方法需要更少的存储资源和数学运算[16]，主要有双共轭梯度算法 (biconjugate gradient, BiCG)、稳定双共轭梯度算法 (biconjugate gradient stabilized, BiCGstab)、CGS、拟极小残差法 (quasi-minimal residual, QMR) 和最小平方 QR 分解法 (least square QR, LSQR)。

为比较上述算法设计补偿滤波器的效果，设 I/Q 通道 LPF 模型为 3 阶巴特沃斯滤波器，频响分别为：

$$\begin{aligned}H_{\mathrm{I}}(f)&=\frac{1}{\left(\mathrm{j}\dfrac{f}{f_{c,\mathrm{I}}}+1\right)\left(\left(\mathrm{j}\dfrac{f}{f_{c,\mathrm{I}}}\right)^2+\mathrm{j}\dfrac{f}{f_{c,\mathrm{I}}}+1\right)}\\H_{\mathrm{Q}}(f)&=\frac{1}{\left(\mathrm{j}\dfrac{f}{f_{c,\mathrm{Q}}}+1\right)\left(\left(\mathrm{j}\dfrac{f}{f_{c,\mathrm{Q}}}\right)^2+\mathrm{j}\dfrac{f}{f_{c,\mathrm{Q}}}+1\right)}\end{aligned} \tag{15}$$

式中，$f_{c,\mathrm{I}}$和$f_{c,\mathrm{Q}}$分别为上述 LPF 的截止频率，且满足$f_{c,\mathrm{Q}}=(1+p\%)f_{c,\mathrm{I}}$，$p$代表两个滤波器之间的极点失衡百分比，本实验中设置$p=2$。定义标准化残差：

$$\varepsilon_{\mathrm{norm}}=\frac{|\boldsymbol{b}-\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{h}_d|}{|\boldsymbol{b}|} \tag{16}$$

以$p=1$为例，上述各迭代算法迭代 10 次的标准化残差变化曲线如图 4 所示，其中 CGS 迭代算法具有最快的收敛速度和最高的收敛精度，再综合考虑上述算法的计算量和稳健性等方面的表现情况，本节选择 CGS 算法来完成实数 FIR 补偿滤波器的设计。

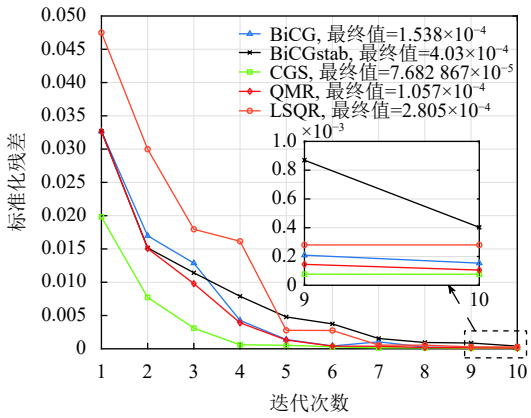
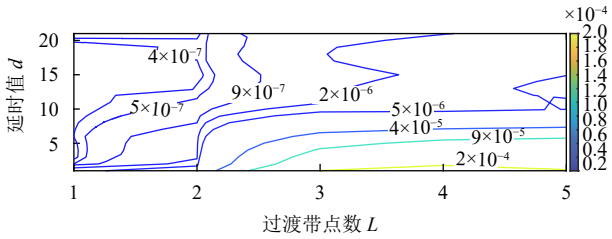


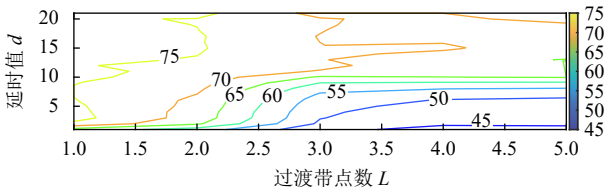
图 4　Krylov 子空间各迭代算法收敛性能对比

4　仿真实验验证

系统采样率$f_s=1$ GSPS，基带频率范围为[−400 MHz, +400 MHz]，系统信噪比为 40 dB，LO 频率$f_{\mathrm{LO}}=1$ GHz，扫频输入信号频率间隔设置为 10 MHz，通带频点数$K=80$。LO 引入的 FI 部分误差分别为幅度失衡误差$g=1.03$，相偏$\varphi=3°$，TM 误差$\delta_d=1.2T_s$，且$T_s=1/f_s$，$p=2$。多项式拟合阶数越大则拟合的算法复杂度越高，因此本节设定的拟合阶数为 3。设置补偿滤波器阶数$N=40$，因此延时值d的变化范围为 0～20，测试增加的过渡带点数L的变化范围为 1～5。3 阶多项式拟合得到的 NP 部分作为算法的目标相频，估计得到的幅度失衡误差作为目标幅频，组成补偿滤波器目标频响。根据目标频响，CGS 算法在不同的d和L值下分别迭代 20 次得到的通带频响误差 MSE 值以及 RIR 平均值 (所有频点求得的平均值) 等高线分布分别如图 5 所示。



a. CGS 算法设计滤波器频响 MSE 值



b. 补偿前后 RIR 值

图 5　CGS 设计补偿滤波器频响误差 MSE 和补偿后 RIR 平均值等高线图

观察图 5 中的 MSE 值变化趋势可知，随着过渡带点数L的增加，MSE 值逐渐变差，该趋势与 3.2.2 节的分析相符合。RIR 平均值随着L值变化的趋势与 MSE 值一致，同样是随着L的增加而恶化。由图 5 观察到相比于较小的L值，较大的L需要更大的d值才能达到与较小的L值相似的 MSE 以及 RIR 平均值，这意味着补偿结构的延时会进一步增大，不利于补偿结构以及系统整体的实时性。

结合上述各组参数设置得到各个频点的 RIR 值以及设计补偿滤波器过渡带的波动情况进行分析，得到$d_{\mathrm{opt}}=8$，$L=1$为最佳的参数设定，设计得到的滤波器频响如图 6 所示，过渡带呈现平稳下降的趋势。

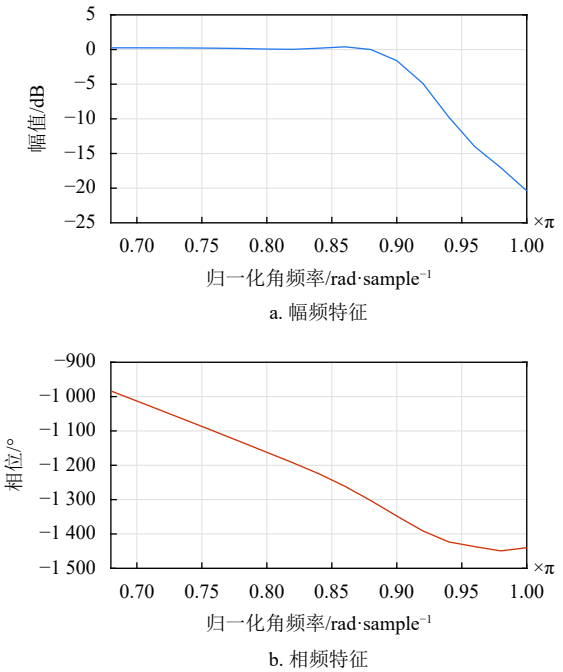


图 6 CGS 设计补偿滤波器频响特性

测试补偿前后的 RIR 曲线如图 7 所示，为了验证提出方法的有效性，同时验证了系统中不存在 TM 误差的情况。首先观察校正前的 RIR 曲线，相比于没有 TM 误差的系统 RIR 曲线，$\delta_d=1.2T_s$对应的 RIR 值大幅度下降，在大部分频点已经降至 0 dB 以下，进一步说明了 TM 误差的存在使得 RIR 的恶化更加严重。当$\delta_d=1.2T_s$时，经过本文提出的补偿结构后 RIR 平均值提升了近 77 dB，而没有 TM 误差的 RIR 平均值也提升了近 47 dB。

因此综上所述，本文提出的滤波器设计方法可以通过增加少量过渡带频点来保证其衰减特性，同时确保了通带的补偿精度，设计的补偿架构获得了很好的 I/Q 失衡增广误差补偿效果。

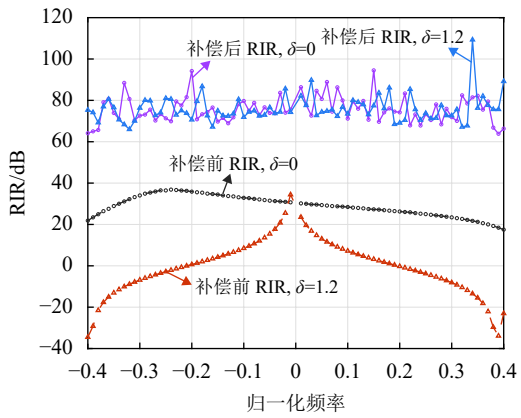


图 7 补偿前后 RIR 曲线

5 结 束 语

本文针对 I/Q 失衡问题建立了一种包含 TM 误差的增广误差模型，提出了一种“离线估计，在线补偿”的补偿策略。首先利用数据辅助型方法进行幅度和相位误差估计，然后应用多项式拟合对各部分相位误差进行分离，并提出了一种对各部分失衡误差“分而治之”的补偿结构。该结构采用具有 NP 特性的实数 FIR 滤波器，相比于传统的复数补偿滤波器可以节省大量运算资源。补偿结构中的 FIR 滤波器的设计利用 LS 法选择最优的延时值，保证了滤波器的因果性。采用基于 Krylov 子空间迭代算法中的 CGS 迭代算法设计 FIR 补偿滤波器，并通过增大过渡带设计频点间隔同时保证了补偿滤波器通带的设计精度和过渡带的衰减特性。实验结果表明，本文提出的补偿结构具有很好的 I/Q 失衡增广误差补偿效果，获得了近 77 dB 的 RIR 提升。

参 考 文 献

[1] JEONG W J, NASSERY A, KITCHEN J N, et al. Built-in self-test and digital calibration of zero-IF RF transceivers[J]. IEEE Trans Very Large Scale Integr (VLSI) Syst, 2016, 24(6): 2286-2298.

[2] NAM W, ROH H, LEE J, et al. Blind adaptive I/Q imbalance compensation algorithms for direct-conversion receivers[J]. IEEE Sign Process Lett, 2012, 19(8): 475-478.

[3] ZHANG C M, XIAO Z Y, SU L, et al. Joint estimation and compensation of TX and RX IQ imbalance for direct-conversion transceiver[J]. Wirel Pers Commun, 2015, 83(1): 779-790.

[4] TSAI Y, YEN C P, WANG X D. Blind frequency-dependent I/Q imbalance compensation for direct-

conversion receivers[J]. IEEE Trans Wireless Commun, 2010, 9(6): 1976-1986.

[5] ZHU Z, HUANG X, LEUNG H. Compensation of delay mismatch in a direct conversion transmitter[J]. IEEE Trans. Circuits Syst II, Exp Briefs, 2014, 61(12): 927-931.

[6] ZHU Z W, HUANG X P, CARON M, et al. Blind self-calibration technique for I/Q imbalances and DC-offsets[J]. IEEE Trans Circuits Syst Part I, Reg Papers, 2014, 61(6): 1849-1859.

[7] ANTTILA L, VALKAMA M. Blind signal estimation in widely-linear signal models with fourth-order circularity: Algorithms and application to receiver I/Q calibration[J]. IEEE Sign Process Lett, 2013, 20(3): 221-224.

[8] LIN H, YAMASHITA K. Time domain blind I/Q imbalance compensation based on real-valued filter[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(12): 4342-4350.

[9] NAYEBI N, DAYAL P, SONG K B. Adaptive IQ mismatch compensation in time-domain using frequency-domain observations[J]. IEEE Trans Sign Process, 2021, 69: 655 -668.

[10] ROBERT M G. Receiver I/Q group delay mismatch correction: U. S. Patent 20, 100, 054, 367 A1[P]. 2008-11-12.

[11] NEUMAIER A. Solving ill-conditioned and singular linear systems: A tutorial on regularization[J]. SIAM Review, 1998, 40(3): 636-666.

[12] AN W, SCHUBERT R P, STEIN Y. Quadrature error correction using polynomial models in tone calibration: U. S. Patent 9, 281, 907[P]. 2016-10-15.

[13] MENG J, WANG H J, YE P, et al. Flower pollination algorithm-based I/Q phase imbalance compensation strategy[J]. Rev Sci Instrum, 2021, 92: 044704.

[14] KURZAK J, ANZT H, GATES M, et al. Implementation and tuning of batched cholesky factorization and solve for NVIDIA GPUs[J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 2016, 27(7): 2036-2048.

[15] ITOH S, SUGIHARA M. Changing over stopping criterion for stable solving nonsymmetric linear equations by preconditioned conjugate gradient squared method[J]. Appl Math Lett, 2020, 102: 106088.

[16] SONNEVELD S. A fast Lanczos-type solver for nonsymmetric linear systems[J]. SIAM J Sci Stat Comput, 1989, 10(1): 36-52.

编　辑　叶　芳