

• 复杂性科学 •



小世界超网络传播模型及实证分析

胡 枫^{1,2*}, 王凯军^{1,2}, 周丽娜³, 常 笑⁴

(1. 青海师范大学大学计算机学院 西宁 810008; 2. 藏语智能信息处理及应用国家重点实验室 西宁 810008;
3. 临沂科技职业学院信息工程系 山东 临沂 276000; 4. 临沂职业学院信息工程系 山东 临沂 276017)

【摘要】借鉴 WS 小世界网络的构造算法, 在超网络(也称为超图)中加入超边随机重连, 构建小世界超网络模型。以该模型为信息传播的底层网络, 提出小世界超网络 SIR 信息传播模型, 仿真模拟超边随机重连概率、超网络中的邻居节点数量以及传播率、恢复率等参数对超网络的信息传播过程影响, 并与普通网络中的传播过程进行了对比分析, 发现超网络中的信息传播速度更快, 波及范围更广。进一步, 在 3 类实证超网络上验证了超网络的小世界特性及信息传播规律。在万物互联时代, 世界变得更小的背景下, 对现实世界中更为复杂的信息与疾病传播机制的深入研究具有一定的借鉴意义。

关键词 超图; 小世界特性; 小世界超网络模型; SIR 传播模型; 实证分析

中图分类号 TP391.9; O41 **文献标志码** A **doi**:10.12178/1001-0548.2022113

Propagation Model and Empirical Analysis of Small-World Hypernetworks

HU Feng^{1,2*}, WANG Kaijun^{1,2}, ZHOU Lina³, and CHANG Xiao⁴

(1. School of Computer Science, Qinghai Normal University Xining 810008;
2. The State Key Laboratory of Tibetan Intelligent Information Processing and Application Xining 810008;
3. Department of Information Engineering, Linyi Vocational University of Science and Technology Linyi Shandong 276000;
4. Department of Information Engineering, Linyi Vocational College Linyi Shandong 276017)

Abstract The construction algorithm of small-world (WS) network was adopted to add randomly rewired hyperedges to the hypernetwork (also called hypergraph) to construct a small-world hypernetwork model. This model was used as the underlying network for information propagation, and a small-world SIR information propagation model in hypernetworks was proposed. A simulation was conducted to investigate the influences of hyperedge rewiring probability, number of neighboring nodes in the hypernetwork, and propagation and recovery rates on the hypernetwork's information propagation process. A comparative analysis is performed with the information propagation process in a normal network, and it is found that information spreads faster and reaches a wider range in hypernetworks. Furthermore, the small-world characteristics and information propagation rules of hypernetworks are verified on three types of empirical hypernetworks. In the era of everything interconnected, where the world is becoming smaller, there is certain reference significance for the in-depth study of more complex information and disease propagation mechanisms in the real world.

Key words hypergraph; small-world characteristics; small world hypernetwork model; SIR propagation model; the empirical analysis

复杂网络是准确刻画真实世界中复杂系统的一种有力工具, 自 Watts 和 Strogatz^[1] 提出 WS 小世界网络模型与 Barabási^[2] 提出 BA 无标度网络模型以来, 各领域的专家学者对复杂网络的研究不断深入, 取得了不少理论及应用成果^[3-6]。复杂系统的研究热度不断上升, 对复杂网络的研究也扩展到了很

多其他领域, 呈现出学科交叉的特点, 成为物理学、数学、计算机科学、生物学、社会学及经济学等多种学科共同关注的热点研究方向。小世界理论是复杂网络的重要理论之一, 主要表现为网络具有较短的平均路径长度与较高的平均聚类系数两个性质。现实世界中的许多网络都具有小世界特性, 如

收稿日期: 2022-04-21; 修回日期: 2022-12-30

基金项目: 国家自然科学基金(61663041); 青海省基础科学研究计划(2023-ZJ-916M); 青海省“昆仑英才”行动计划(青人才字[2022]1号)

作者简介: 胡枫(1970-), 女, 博士, 教授, 主要从事复杂网络、超网络理论及应用方面的研究。

*通信作者: 胡枫, Email: qhhuf@163.com

知识网络^[7]、生物网络^[8]、基因转录网络^[9]、蛋白质交互网络^[10]、社交网络^[11]等。小世界网络中的节点之间大都互不相连,但由于“捷径”(shortcut)的存在,仅通过几步就能使任意两个节点之间取得联系。因此,小世界网络不仅有着随机网络拥有的快速传播信息的能力,同时还有规则网络拥有的节点之间联系紧密的高聚集特性,是介于随机网络与规则网络之间的一类网络。

随着万物互联时代尤其是大数据时代的到来,网络的规模不断增大,网络拓扑结构也日益复杂。因此,以普通图为底层拓扑结构的普通网络已经不能很好地描述真实网络的各种性质及特征。如食物链网络中,一条边仅能够表示某一捕食者与被捕食者的关系,用普通网络表达整个食物链及物种竞争关系构成的网络时则不是很直观;传染病传播的社会接触网络中,一条边仅能表示两人之间的接触,而现实的人员接触多为群体性接触,传染病的传播多为聚集性感染,用普通网络来刻画这种接触关系就显得比较繁琐。鉴于此,文献[12-15]提出使用超网络来表示类似上述较为复杂的系统。超网络中,节点表示个体,超边表示具有共同关系的群体。由于超网络中的超边可包含任意数量的节点,因此可表达复杂系统节点间更多元、更复杂的关系,这使得超网络能够更准确地描述真实网络,更直观地刻画节点与节点、节点与超边之间的相互作用及影响,为我们更好地理解复杂系统的拓扑结构及功能特征,更好地挖掘海量数据背后隐藏的信息及规律提供了一种全新的方式。

近年来,超网络研究在模型构建、演化及现实世界的超网络特性分析等方面取得了较好的成果。文献[12]提出了超网络的概念,从理论上推导超网络的集聚系数和子图中心度的解析表达式,并在3类现实网络中对比分析了普通网络表示与超网络表示下两种拓扑参数的解析结果,得出超网络模型能够更准确地刻画网络中的真实特性和多元关系。文献[13]中针对随机三部超图及它们的应用进行了研究,文献[14]研究了社会化标签网络的三部超图模型的统计特性,文献[15]建立了一种基于用户背景知识和对象、标签双重优先连接机制的三均匀超网络模型。文献[16-18]提出了不同的超网络演化模型,探索了超网络无标度特性的演化机理,并分析了超网络的相关拓扑性质。除此之外文献[19-24]还提出了其他的超网络模型以及开展了超网络理论及应用方面的研究。

上述超网络模型构建基于BA无标度思想以

及ER随机图理论,迄今为止针对超网络是否也具有小世界特性以及在此类网络结构上的传播动力学的分析研究较少。对于超网络的小世界特性,文献[16]提出了一种超边不断增长和超度优先连接的无标度超网络演化模型,并研究了该模型的小世界特性。而网络上的节点传播动力学,事实上可以看成在特定网络结构上的信息传播,以及信息引起的不同类型节点随时间的演化,它既依赖于网络的拓扑结构,也依赖于信息的传递方式^[25-26]。因此,在信息传播领域,源于病毒传播的SIR模型经常被引入作为信息扩散过程和结果的数学模型。当前复杂网络上信息扩散的研究主要集中于分析信息传播网络的网络特性和信息传播过程中的意见领袖识别。文献[27]对比分析了不同类型网络(全连接网络、小世界网络、无标度网络和规则格子网络)对信息扩散的影响。文献[28]在意见领袖识别中,考虑了网络中社团结构对节点传播效力的影响。文献[29]以经典的病毒式信息传播SIR模型为对象,采用多智能体建模与仿真方法分析小世界网络的结构属性与信息扩散的网络覆盖率指标之间的关系,确定了两者之间的量化关系。对于超网络结构下的传播动力学,代表性工作主要有:文献[30]研究了超图上的社会传染动力学,为高阶结构动力学过程的建模提供了思路;文献[31]引入了超网络描述个体之间复杂的社交关系,考虑了反应过程策略和接触过程策略,提出了两种策略下基于SIS的信息传播模型;文献[32]在动态社交超网络基础上,建立了一种基于SIS的信息传播模型,验证了超边重组将导致孤立节点数量的增加,孤立节点难以重新加入到新的社交群组中,也无法从社交网络中获取信息;文献[33]以无标度超网络动态演化模型为基础,构建了在线社交超网络的信息全局传播模型,并分析了在线社交超网络中信息传播规律及发展趋势;文献[34]针对舆论演化过程中的复杂动力学问题,提出了超网络视觉下的舆论演化动态模型。

本文在上述研究的基础上,对超网络的小世界特性进行了研究,首先提出了一种规则的最近邻耦合超网络,在此规则超网络基础上,采用超边随机重连的方法构建了小世界超网络模型。其次对该模型的集聚系数及平均路径长度在超网络上解析计算,进而构建SIR小世界超网络信息传播模型,模拟信息在所构建网络上的传播过程,探讨超网络的结构及传播参数对信息在小世界超网络中传播的影响,总结小世界超网络的信息传播规律。最后利用

真实数据构建3类超网络模型对上述理论进行了实证分析。

1 相关知识

1.1 超网络相关概念

超图^[35] $H=(V,E)$, 其中有限集合 $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 为超图的顶点集, $E=\{E_1, E_2, \dots, E_m\}$ 为超边的有限集, 其中超边 $E_i=\{v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_j}\} (1 \leq j \leq n)$, 满足 $E_i \neq \emptyset (i=1, 2, \dots, m)$, 且 $\bigcup_{i=1}^m E_i = V$ 。基于超图的网络称为超网络。若每条超边中包含的节点数皆相同为 K , 则称为 K -均匀超网络(或 K -一致超网络)。超图的示例如图1所示。

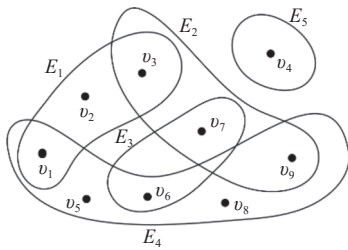


图1 超图

1.2 超网络拓扑性质

1) 节点超度: 在节点数为 N 的超网络 $H=(V,E)$ 中, 节点 i 的超度 $d_H(i)$ 为包含节点 i 的超边总数。超度值为 k 的节点占整个网络节点数的比例为节点的超度分布 $P(k)$ 。

2) 平均路径长度^[12]: 在超网络中, 从 v_1 到 v_{k+1} 的一条路径 W 是指一个有限非空序列 $W=v_1 E_1 \times v_2 E_2 v_3 \dots \times E_k v_{k+1}$, 其项交替为顶点和超边, 对 $1 \leq i \leq k$, 超边 E_i 包含顶点 v_i 和 v_{i+1} 。最短路径定义为超网络中连接两个顶点 i 和 j 的具有最短长度的路径, 其长度记为 d_{ij} 。超网络平均路径长度为:

$$L = \frac{2}{N(N-1)} \sum d_{ij} \quad (1)$$

此外, 当网络不连通且主连通分支的规模极大时, 可用主连通分支的平均路径长度来近似代替整个网络的平均路径长度。

3) 聚集系数^[12]: 聚集系数 C 可以表征网络中节点之间联系程度的强弱, 也可以认为是超三角形在超网络中的比例。超网络聚集系数计算公式为:

$$C(H) = \frac{6 \times \text{超三角形个数}}{\text{长度为2的路径数量}} \quad (2)$$

式中, 超三角形指的是形如 $v_i, E_p; v_j, E_q; v_k, E_r (E_p \cap E_r \neq \emptyset)$ 的3个不同的顶点和3个不同的超边构成的点边

交替序列, 是步长为3的超回路, 3个点相互相邻。长度为2的路指的是形如 v_i, E_p, v_j, E_q, v_k 的点边交替序列, 在路中所有的顶点和超边都不同。在图1中, $v_1, E_1, v_3, E_2, v_9, E_4$ 构成一个超三角形, v_1, E_1, v_3, E_2, v_7 构成一条长度为2的路。

2 基于超边随机重连的小世界超网络

2.1 基于超边随机重连小世界超网络模型构建

普通网络中的小世界网络是从规则网络演化而来的。本文从规则的最近邻耦合超网络模型出发, 构建小世界超网络模型。

1) 最近邻耦合超网络构建

最近邻耦合超网络构建思想: 从包含 N 个节点的环开始, 其中每个节点都与它周围的各 $K/2 (K \ll N)$ 个邻居节点组合形成一条超边, 直至形成一个环状的超网络。以此方式构建的最近邻耦合超网络是均匀超网络, 图2为3-均匀的最近邻耦合超网络示意图, 其中 $N=8, K=2$ 。由图2可知, 3-均匀最近邻耦合超网络每条超边中均包含3个节点, 每个节点的超度为3。

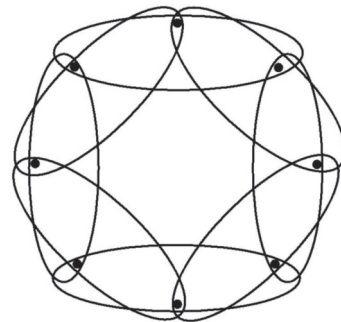


图2 3-均匀最近邻耦合超网络

2) 小世界超网络模型构建算法

借鉴普通网络中WS小世界网络模型的构建思想, 本文构建小世界超网络模型的算法步骤如下。

①从规则超网络开始: 考虑一个含有 N 个节点的最近邻耦合超网络, 它们形成一个环, 其中每个节点都与它左右相邻的 $K/2 (K$ 是偶数)个节点组合形成一条超边。

②超边随机重连: 以概率 P 随机地重新连接超网络中原有的每条超边, 即将超边内的节点改取为超网络中随机选择的节点。其中规定, 在重连过程中, 不允许出现重复超边。

2.2 仿真实验及结果分析

1) 聚集系数与平均路径长度

给定一个最近邻耦合超网络 $H=(N,K)$, 其中

N 为节点数, K 为最近邻居节点的数量。当 $N=1\ 000$, $K=14$, $P=0, 0.01, 0.1, 0.2, 0.5, 0.9, 1$ 时, 构建不同概率 P 下的超边随机重连小世界超网络模型, 其中, $P=0$ 时为规则的最近邻耦合超网络, 此时超网络中没有超三角形, 网络的聚集系数为 0, $P=1$ 时为等价随机超网络。不同概率 P 下的小世界超网络聚集系数以及平均路径长度如图 3 所示。为消除随机影响, 每次仿真实验独立重复运行 50 次, 结果取平均值。

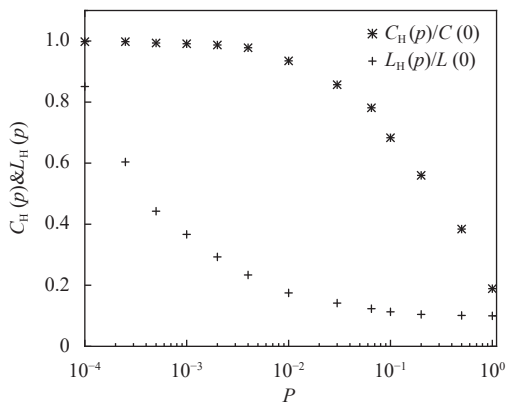


图 3 小世界超网络聚集系数与平均路径长度随超边随机重连概率的变化示意图

由图 3 可以观察到, 随着超边随机重连概率 P 从 0 增加至 0.01, 平均路径长度急剧减小, 但聚集系数减小速度则较为缓慢, 这与普通网络中的小世界特性完全一致。

2) 超度分布

图 4 为 P 取不同值时, 超边随机重连小世界超网络模型的超度分布图。由图 4 可以观察到, 小世界超网络模型的超度分布曲线服从泊松分布, 与等价随机超网络超度分布趋势相同, 随着概率 P 的增大, 曲线峰值逐渐减小, 曲线范围逐渐增大。

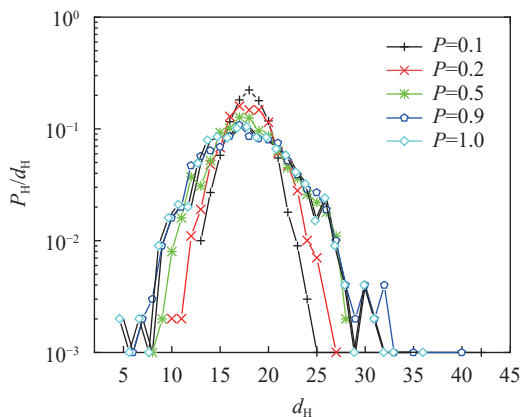


图 4 小世界超网络模型超度分布图

3) 超网络小世界特性量化

等价随机网络是指与给定网络具有相同规模和相同平均度的完全随机网络, 将给定网络与等价随机网络进行量化比较能够分析给定网络的小世界特性^[36]。根据定义, $P=0.01$ 时的超边随机重连小世界超网络与等价随机超网络的聚集系数与平均路径长度如表 1 所示。由表 1 可知, 随机重连概率 $P=0.01$ 时相应的小世界超网络的平均路径长度略大于等价随机超网络, 而聚集系数远大于等价随机超网络, 表现出明显的小世界效应。

表 1 小世界超网络与等价随机超网络拓扑参数

对比标准	超网络模型	
	小世界	等价
聚集系数	0.479 835	0.179 116
平均路径长度	2.684	1.460

3 小世界超网络的传播动力学特性

互联网时代, 微博、微信等各种新型社交媒体渗透进人们生活的方方面面, 使得海量信息通过新媒体能够广泛地在网络中迅速传播。一方面, 小世界网络具有较高的聚集系数与较短的平均路径长度两个特性, 使得信息在此类网络中传播得更加快速高效。另一方面, 社交平台的发展变化使得信息传播的方式由传统的“一对一”朝着“一对多”的方向演变, 适合用超网络来构建社交超网络模型。因此, 分析超网络的小世界特性对信息传播的影响, 研究信息在社交超网络中的传播机理及规律, 具有重要的理论和应用价值。

3.1 基于超网络结构的 SIR 模型信息传播过程

在线社交网络中的信息传播过程类似于传染病传播过程, 因此用传染病传播模型来模拟信息在社交超网络中传播扩散的动力学过程并分析其规律。根据信息传播扩散的规律特点, 本文选用经典传染病模型中的 SIR 模型来构建小世界超网络的信息传播模型。

SIR 模型中节点状态可分为不知情状态 S(不知情者节点, 即尚未获得信息的节点, 有可能从状态为 I 的知情节点处获得信息)、知情状态 I(知情者节点, 获得信息并有可能继续传播信息的节点) 和免疫状态 R(免疫者节点, 已知信息但不再传播信息的节点)。信息的传播过程如下。

1) 初始化: 设超网络中所有节点全部为不知情

者, 没有接收到任何信息。

2) 源头节点选择: 从超网络中随机选择一个节点作为传播节点, 该节点为超网络中第一个处于知情状态的节点, 其他节点均为不知情节点。

3) 信息传: 每个时间步 t 内, 超网络中的知情节点向其所在超边中的所有邻居节点传播信息。其中, 不知情节点以概率 β 获得信息后转为知情状态, 知情节点以概率 γ 转为免疫状态。

4) 信息传播稳态: 随着信息在超网络中不断地传播扩散, 不同状态的节点将会达到一个相对稳定的值, 即网络中的信息传播达到稳态。

超网络上的 SIR 模型演化过程如图 5 所示, t_0 时刻, 全部节点均处于不知情状态 (图中实心节点); t_1 时刻, 在超网络中随机选择一个节点 (节点 4) 由不知情状态转为知情状态 (图中条纹节点); t_2 时刻, 处于 I 态的节点 4 以概率 β 将信息传播给不知情状态的邻居节点, 以概率 γ 恢复成免疫状态 (图中网格节点)。由于节点 4 在超边 E_2 和 E_3 中, 所以其邻居节点 2、3、9、10 获得信息, 转为知情状态; t_3 时刻, 处于知情状态的节点 2、3、4、9、10 以概率 β 将信息传播给处于不知情状态的邻居节点, 以概率 γ 恢复成免疫状态。由于节点 2、3、4、9、10 在超边 E_1 、 E_2 、 E_3 、 E_4 中, 其邻居节点 7、8、12、13 转为知情状态, 而节点 2、4、10 恢复成免疫状态。

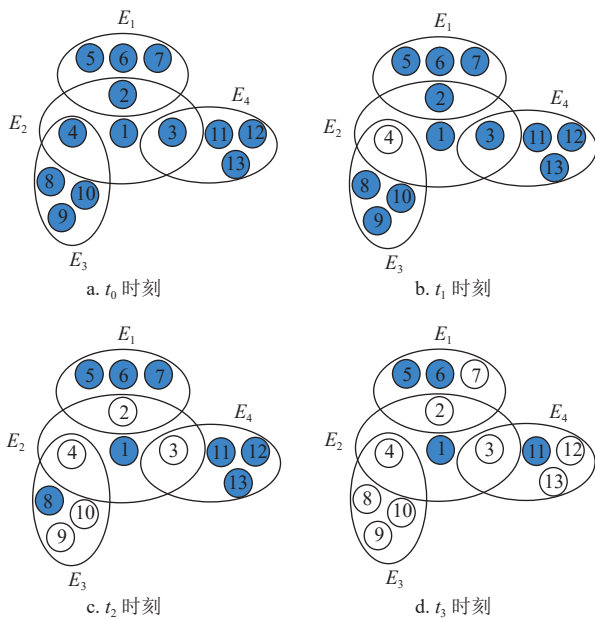


图 5 超网络结构上的 SIR 信息传播示意图

3.2 超网络结构与传播参数对信息传播的影响

为研究信息在具有小世界特性的社交超网络中

的传播动态过程及规律, 采用基于超边随机重连的小世界超网络模型构建社交超网络。在信息传播的初始时刻, 整个超网络中只有一个知情者节点作为源头节点, 其余节点均为不知情者。仿真实验侧重于超边随机重连概率 P 、最近邻居节点数量 K 、传播率 β 、免疫率 γ 对超网络中信息传播的影响。为消除随机影响, 每次仿真实验独立重复运行 50 次取平均。

1) 超边随机重连概率 P 对信息传播的影响

保持 N , K , β , γ 不变, 测试不同超边随机重连概率 P 对信息传播的影响。固定 $N=1\,000$, $K=14$, $\beta=0.05$, $\gamma=0.1$, 图 6 为 $P=0.01$ 、 0.1 时的信息传播曲线, 取不同 P 值时传播曲线大致是相同的, 说明 P 对传播过程的影响是较小的。

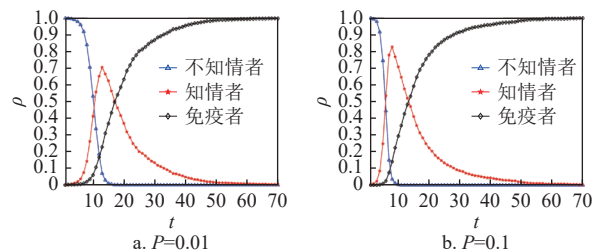


图 6 不同超边随机重连概率 P 的信息传播曲线

由图 6 可知, 随着概率 P 的增大, 处于知情状态的个体所占密度快速增长, 达到的临界值峰值更高, 说明信息传播的范围更广。与此同时, 处于不知情状态的不知情者节点所占密度快速下降, 处于知情状态的节点逐渐转为免疫状态。此外, 通过观察图中各状态节点所占比例到达临界值的时间点, 发现 P 值越大, 传播达到稳态的时刻 t 就越小, 即信息完全覆盖超网络的时间就越短, 信息在超网络中传播的速度就越快。

2) 最近邻居节点数量对稳态的影响

为测试最近邻居节点数量 K 对信息传播过程的影响, 保持以上的参数取值不变, 改变最近邻居节点数量 K 取 14、18。图 7 为不同 K 时的信息传播曲线。

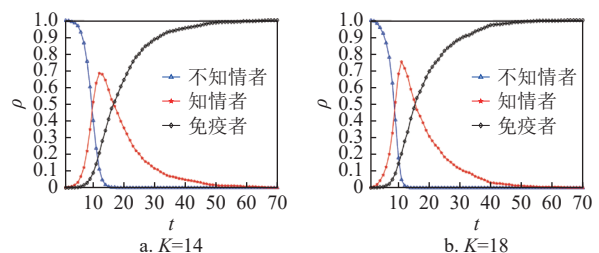


图 7 不同最近邻居节点数量下的信息传播曲线

由图7可知, 最近邻居节点数量越多, 知情者节点所占密度 ρ 会更快地增长到最大值, 传播达到稳态的时间也越短, 说明信息在网络中的传播速度更快。同时, 最近邻居节点数量越多, 知情者节点所占密度峰值也越大, 说明信息传播的范围更广。

3) 传播率、恢复率对信息传播的影响

类似的保持 N, P, K, γ 不变, 测试传播率 β 的影响。信息传播曲线如图8所示, 随着传播率 β 的增大, 信息扩散速度加快, 处于知情状态的节点所占密度增长更为快速, 以更短的时刻 t 到达临界值峰值后缓慢下降, 且 β 越大峰值越高。同时, 不知情者节点所占密度减少至0的时刻 t 也会随着 β 的增大而更小, 这说明传播率 β 越大, 信息在网络中波及的范围越广, 扩散的速度越快。

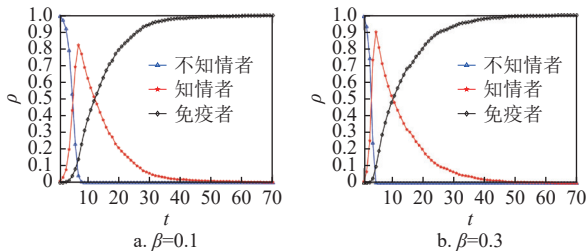


图8 不同传播率下的信息传播曲线

同样保持 N, P, K, β 不变, 测试恢复率 γ 的影响。随着恢复率 γ 的增大, 处于知情状态节点的临界值峰值会减少, 且峰值过后的下降速度显著加快, 恢复率 γ 值越大, 超网络越快达到稳态。说明较大的恢复率能够加快网络达到稳态的时间。

3.3 超网络和普通网络结构下信息传播对比分析

为分析信息在不同网络结构下的传播过程, 分别生成规模相同的普通网络和超网络。普通网络按照WS小世界网络模型构造, 超网络按照本文2.1中基于超边随机重连的小世界超网络模型构造, 令 $N=1\ 000, P=0.01, K=14, \beta=0.5, \gamma=0.05$ 。图9为两个网络结构下的信息传播曲线。

由图9可知, 信息在普通网络中传播所需时间比超网络更多, 超网络达到稳态所需时间比普通网络更短。实际上, 普通网络中的个体只受其直接邻居节点的影响, 而超网络中个体所处社交关系中的其他所有邻居都会对其产生影响, 超网络中传播达到稳态所需的时间自然比普通网络中更短, 信息扩散的范围也比普通网络更广。因此, 超网络结构上的信息传播过程能更准确地描述社交网络中的信息传播规律。

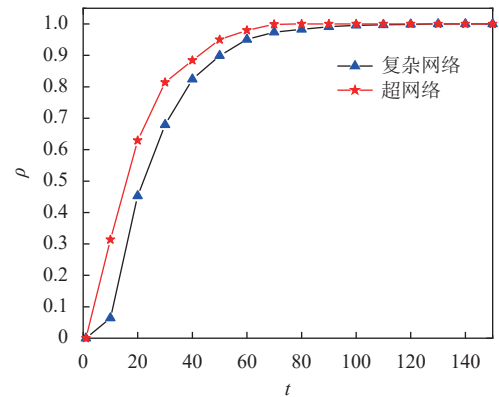


图9 不同网络结构下的信息传播曲线

4 实证特性分析

4.1 实证超网络构建

本文在传染病网络、社交网络、合作网络的真实数据集上进行实证分析。传染病网络以都柏林模拟传染病网络为研究对象, 其基础数据来源于社会模式数据库 (<http://www.sociopatterns.org>); 社交网络以Facebook电视节目网络为研究对象, 其基础数据来源于网络存储库 (<http://scalableml.com>)^[37-38]; 合作网络以科研合作网络为研究对象, 基础数据来源于综合性物理学中文学术期刊《物理学报》 (<http://wulixb.iphy.ac.cn>), 通过爬虫采集了2012~2020年期间所有发表论文及其合著作者。本文以作者为节点, 合著论文为超边, 构造科研合作实证超网络。类似地, 以参观者为节点, 社交接触范围为超边, 构造都柏林传染病实证超网络; 以电视节目为节点, 以用户为超边, 构造Facebook电视节目实证超网络。实证超网络的构造方法如下: 1) 初始化超网络节点 v_i , 其中 $i=1, 2, \dots, n$; 2) 递归进行以下操作: 对超网络中的所有节点进行分类归纳, 若节点属于某一超边则将其放入对应的超边 E_k 中; 3) 将所有的节点全部遍历完毕, 超网络构建完成。

4.2 都柏林模拟传染病超网络拓扑特性及传播特性分析

1) 超度分布

都柏林模拟传染病超网络中, 节点超度代表参观者进行社交接触的次数, 图10为都柏林模拟传染病超网络双对数坐标下的超度分布, 超度分布近似服从指数分布。相关系数 $R^2=0.96$ 。由图10可知, 分布曲线并不完全服从幂律分布, 曲线的下降速度随超度的增加而加快。主要原因是超度小的节

点比例差别较小, 而超度大的节点所占比例差别较大。节点超度值越大, 说明该参观者社交接触次数较多, 社交能力强, 感染后传播范围广。当传染病传染速度快、波及范围广时, 控制传染病迅速蔓延的方法之一是控制超级传播者即超度值最大的节点来抑制传染病的传播。

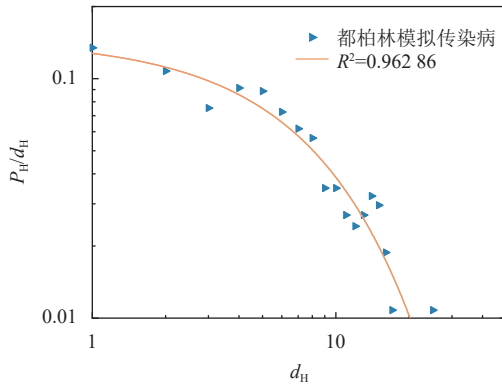


图 10 都柏林模拟传染病超网络超度分布实证图

2) 平均路径长度

由式 (1) 计算可得, 都柏林模拟传染病超网络平均路径长度 L 为 2.420, 即任意两个节点平均只需要经过最多 3 条超边就能互相完成信息的传递, 信息的传播速度非常快。

3) 聚集系数

由式 (2) 计算可得, 都柏林模拟传染病超网络的聚集系数 $C(H)$ 为 0.564 021 44, 说明该超网络中的超三角形数量较多, 节点之间联系的稳定性较高, 具有高聚集特性。

综合聚集系数与平均路径长度这两种衡量指标表明, 都柏林模拟传染病超网络具有小世界特性。网络中的参观者之间大多没有过社交接触, 但仍旧存在被不相邻的参观者传染疾病的可能。

4) 疾病传播分析

由于该模拟传染病中被传染的节点不会进入免疫或死亡状态, 因此采用 SI 模型模拟疾病在该超网络中的传播情况, 探究疾病在传染病超网络中的具体传播过程和规律。仿真实验中, 令传染率 $\beta=0.5$, 且在超网络中随机选取节点作为第一个传播节点。图 11 为都柏林模拟传染病超网络中的信息传播曲线。

由图 11 可知, 代表易感者节点所占密度的曲线快速下降, 时刻 t 为 18 时, 超网络中已经不存在没有染病的节点, 即超网络中所有的节点均已被感染。这说明在具有小世界特性的传染病网络中,

如不对传播者进行有效的控制以及不制定相应的预防策略, 那么传染病将会在极短的时间内广泛地扩散、蔓延。

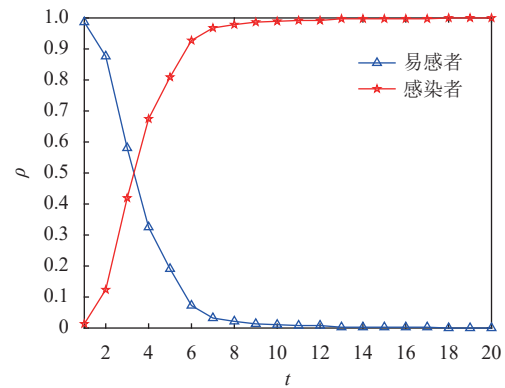


图 11 都柏林模拟传染病超网络疾病传播曲线

4.3 Facebook 电视节目超网络拓扑特性及传播特性分析

1) 超度分布

Facebook 电视节目超网络中, 电视节目定义为节点, 用户定义为超边。则节点超度代表电视节目的关注程度, 网络中节点超度最大值为 106, 最小值为 1, 平均超度为 5。该网络是异质网络, 极少部分电视节目关注程度高, 是近期大热或经典的节目。超度值最大的节点是 2 463 号节点, 在基础数据集中可以得到该节目的名字是 Queen of the South。Facebook 电视节目超网络双对数坐标下的超度分布如图 12 所示。

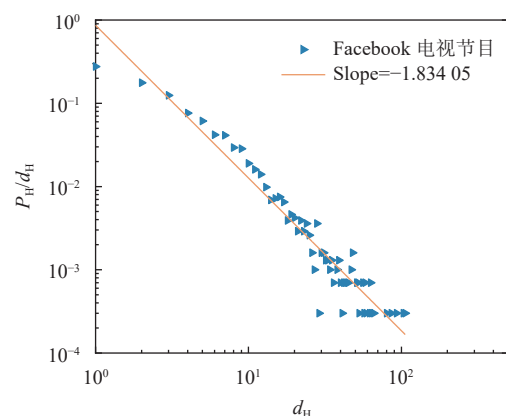


图 12 Facebook 电视节目超网络超度分布实证图

由图 12 的超度分布图可知, Facebook 电视节目超网络的超度分布遵循幂律分布, 幂律指数约为 1.83, 即电视节目的关注度符合无标度特性。即大部分电视节目关注程度低, 只有小部分电视节目受到观众的喜爱。

2) 平均路径长度

由式 (1) 可得, Facebook 电视节目超网络平均路径长度 L 为 3.842, 任意两个节点平均只需经过最多 4 条超边就能够互相完成信息的传递。

3) 聚集系数

由式 (2) 可得, Facebook 电视节目超网络的聚集系数 $C(H)$ 为 0.732 569, 表明该超网络的超三角形密度很大, 节点之间联系紧密, 具有高聚集特性。

综合聚集系数与平均路径长度可以表明 Facebook 电视节目超网络是小世界超网络。

4) 社交信息传播分析

为探究信息在 Facebook 电视节目超网络中的具体传播过程, 本节依据社交网络中的信息具有时效性, 且个体一旦对信息失去兴趣则不再进行传播这一特点, 采用 SIR 信息传播模型模拟信息在该超网络中的传播情况。仿真中令传播率 $\beta=0.5$, 恢复率 $\gamma=0.1$, 且随机选取超网络中的节点作为第一个传播节点。图 13 为 Facebook 电视节目超网络中的信息传播曲线。

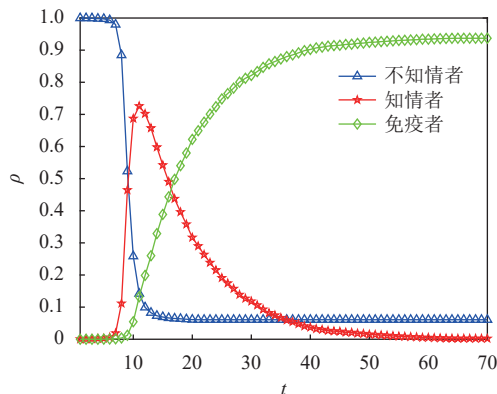


图 13 Facebook 电视节目超网络社交信息传播曲线

由图 13 可知, 没有获得信息的节点所占密度 ρ 在 $t=21$ 时降为最低值, 之后没有任何变化, 知情者节点在到达临界值峰值之后缓慢下降, 所占密度逐渐变为 0, 超网络中不再有传播信息的节点。达到稳态时, 超网络中的个体不全为免疫状态, 但信息在短时间内覆盖了超网络中的大部分节点, 因此信息在电视节目超网络中的传播范围较广, 传播速度较快, 符合实际情况, 说明了该超网络的小世界特性。

4.4 科研合作超网络拓扑特性及传播特性分析

1) 超度分布

在科研合作超网络中, 节点超度代表作者发表的论文数, 超度值越高代表作者发表的论文数越

多, 在学术界中的影响力就会越大。网络中节点超度最大值为 22, 最小值为 1, 平均值为 1.57。科研合作超网络双对数坐标下的超度分布如图 14 所示。

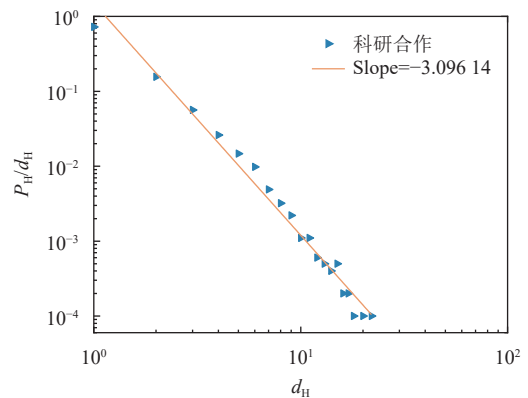


图 14 科研合作超网络超度分布实证图

由图 14 可知, 科研合作超网络为非均匀超网络, 其超度分布服从幂律分布, 幂律指数约为 3, 该超网络中绝大部分节点的超度较小, 而仅有少量的节点具有较大的超度。由此可得, 大部分作者发表的论文数量不多, 只有少部分作者是科研界的权威人士, 发表过较多论文。

2) 平均路径长度

由式 (1) 计算可得, 科研合作超网络的平均路径长度 L 为 7.526, 信息可以在该超网络中快速传播。

3) 聚集系数

由式 (2) 可得, 科研合作超网络的聚集系数 $C(H)$ 为 0.023 451, 该值较小, 但远大于相同规模和相同平均超度下的完全随机超网络聚集系数 0.000 017 9。

综合分析聚集系数、平均路径长度以及等价随机超网络表明, 科研合作超网络具有小世界特性。网络中大多数作者彼此没有合作关系, 但仍存在互不相邻的作者之间合作撰写论文的可能, 如在科研合作中, 西部地区的研究者与东部地区的研究者合作等。

3) 知识信息传播分析

在科研合作网络中, 学者们的合作、讨论实现了不同的思想碰撞和流派交流, 促进了知识的不断流动。在科研小组中, 一旦科研成果产生或科研项目结束, 则科研小组中的人员大概率不再进行讨论, 符合 SIR 信息传播模型中的 R 状态相同, 因此本节采用 SIR 信息传播模型模拟知识信息在该超网络中的扩散情况。仿真中令传播率 $\beta=0.5$, 恢复

率 $\gamma=0.1$ 。

通过对超网络的仿真实验可以得到, 大部分情况下, 在科研合作超网络中随机选取某一节点作为知识信息传播的源头节点后, 信息不能在超网络中进行传播, 原因是该超网络中 90% 以上的节点超度值不超过 3, 大部分作者不是网络中的权威人士, 知识信息扩散困难。因此, 将超度值最大节点作为初始传播节点, 分析信息在科研合作超网络中的传播过程, 科研合作超网络的知识信息传播曲线如图 15 所示。

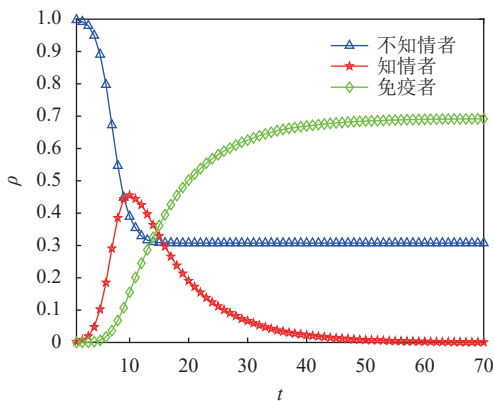


图 15 科研合作超网络知识信息传播曲线图

由图 15 可知, 当初始传播节点为超度值较大的节点时, 信息能够在超网络中快速的进行传播, 在 $t=19$ 时, 达到了信息所能覆盖的最大值, 有 69% 左右的节点能够接收到知识信息, 但仍有一部分节点未能够接收到信息, 信息波及范围不广。这说明在科研合作超网络中, 作者会更倾向于与发表过多篇论文的作者进行合作交流, 影响力较大的作者也更容易取得与其他人的联系, 快速实现知识的交流与扩散, 但即使是影响力较大的专家学者也不能使信息完全覆盖至整个超网络。另外, 通过权威人士的介绍或引荐, 作者之间能以很短的距离取得联系。

4.5 实证超网络特性分析

1) 实证超网络小世界特性对比分析

通过构建 3 类实证超网络对应的等价随机超网络模型, 计算平均路径长度 L_r 和聚集系数 C_r , 如表 2 所示。3 类实证超网络具有以下特征: L 稍大于 L_r , 同时 C 远远大于 C_r , 具有小世界特性。其中, 都柏林模拟传染病超网络: $N=372$, 平均超度 $\langle k \rangle = 6.729\ 26$; Facebook 电视节目超网络: $N=3\ 065$, 平均超度 $\langle k \rangle = 5.585\ 31$; 科研合作超网络: $N=16\ 158$, 平均超度 $\langle k \rangle = 1.579\ 52$ 。

表 2 实证超网络与等价随机超网络拓扑参数

超网络	L	L_r	C	C_r
都柏林模拟传染病	2.420	1.928	0.564 021	0.120 644 9
Facebook 电视节目	3.842	2.043	0.732 569	0.010 208 5
科研合作	7.526	4.738	0.023 451	0.000 017 9

2) 实证超网络传播特性对比分析

通过信息覆盖超网络的范围及所需时间对比分析不同实证超网络中的信息传播过程。信息最大覆盖率与信息最大覆盖所需时间如表 3 所示。由表 3 可知, 在都柏林模拟传染病中, 信息能够完全覆盖整个超网络, 且用时最短, 但是规模在 3 种实证超网络中最小。科研合作超网络的规模是电视节目超网络的 5 倍左右, 信息覆盖能力相对较差, 但信息最大覆盖所需时间稍短于电视节目超网络。综上所述, 超网络的规模、聚集系数、平均路径长度、超度分布的均匀与否以及节点传播的倾向性, 都会综合影响信息在超网络中的传播。

表 3 实证超网络信息传播情况

超网络	信息最大覆盖率/%	信息最大覆盖所需时间/时间步
Facebook 电视节目超网络	93.93	21
都柏林模拟传染病超网络	100.00	18
科研合作超网络	69.27	19

5 结束语

本文基于超图理论构建了超边随机重连小世界超网络模型, 并对其拓扑特性及传播动力学特性进行分析。结果表明: 以超边随机重连方法构建的小世界超网络模型的聚集系数高、平均路径长度低, 超度分布呈泊松分布, 具有小世界特性, 说明超边随机重连方法构建小世界超网络模型是可行的。其次, 对小世界超网络信息传播模型的仿真分析发现, 超网络的结构参数与传播参数都会影响网络中信息的传播过程。具体来说, 超边随机重连概率越大、最近邻居节点数目越多、传染率越高, 信息在超网络中传播的速度越快、范围越广。此外, 选取了 3 个不同领域的真实数据, 构建了实证超网络, 通过对 3 类实证超网络进行特性分析, 表明 3 类实证超网络均具有小世界特性, 且信息能在构建的实证超网络上快速广泛地传播。本文构造的小世界超网络传播模型及实证分析方法可为今后理论研究超网络中的小世界特性, 以及现实超网络中的传播特性分析提供一定的参考价值。

参 考 文 献

- [1] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of 'small-world' networks[J]. *Nature*, 1998, 393(6684): 440-442.
- [2] BARABÁSI A L, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks[J]. *Science*, 1999, 286(5439): 509-512.
- [3] NEWMAN M E J. The structure and function of complex networks[J]. *SIAM Review*, 2003, 45(2): 167-256.
- [4] DOROGOVTSSEV S N, MENDES J F F. Evolution of networks[J]. *Advances in Physics*, 2002, 51(4): 1079-1187.
- [5] NEWMAN M E J. Models of the small world[J]. *J Stat Phys*, 2000, 101: 819-841.
- [6] LYU L, CHEN D, REN X L, et al. Vital nodes identification in complex networks[J]. *Physics Reports*, 2016, 650: 1-63.
- [7] 张兵, 王文平. 知识流动的小世界——基于关系强度的观点[J]. *科学学研究*, 2009, 27(9): 1312-1321.
ZHANG B, WANG W P. Small world of knowledge flowing-from a relation strength point of view[J]. *Studies in Science of Science*, 2009, 27(9): 1312-1321.
- [8] AGUIRRE C, HUERTA R, CORBACHO F J, et al. Analysis of biologically inspired small-world networks[C]//International Conference on Artificial Neural Networks. Madrid: Springer, 2002: 27-32.
- [9] VERA V N, BEREND S, MARTIJN A H. The yeast coexpression network has a small - world, scale - free architecture and can be explained by a simple model[J]. *Embo Reports*, 2004, 5(3): 280-284.
- [10] BORK P, JENSEN L J, MERING C V, et al. Protein interaction networks from yeast to human[J]. *Curr Opin Struct Biol*, 2004, 14(3): 292-299.
- [11] BARRAT A, WEIGT M. On the properties of small-world network models[J]. *European Physical Journal B Condensed Matter & Complex Systems*, 2000, 13(3): 547-560.
- [12] ESTRADA E, JUAN A, RODRÍGUEZ V. Subgraph centrality and clustering in complex hyper-networks[J]. *Phys A*, 2006, 364(1): 581-594.
- [13] GHOSHAL G, ZLATIC V, CALDARELLI G, et al. Random hypergraphs and their applications[J]. *Phys Rev E*, 2009, 79(6): 066118(10).
- [14] ZLATIC V, GHOSHAL G, CALDARELLI G. Hypergraph topological quantities for tagged social networks[J]. *Phys Rev E*, 2009, 80(3): 036118(7).
- [15] ZHANG Z K, LIU C. A hypergraph model of social tagging networks[J]. *J Stat Mech*, 2010, P10005.
- [16] WANG J W, RONG L L, DENG Q H, et al. Evolving hypernetwork model[J]. *Eur Phys J B*, 2010, 77(4): 493-498.
- [17] 郭进利, 祝昕昀. 超网络中标度律的涌现[J]. *物理学报*, 2014(9): 90207.
GUO J L, ZHU X Y. Emergence of scaling in hypernetworks[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014(9): 90207.
- [18] 胡枫, 赵海兴, 马秀娟. 一种超网络演化模型构建及特性分析[J]. *中国科学:物理学 力学 天文学*, 2013, 43(1): 16-22.
HU F, ZHAO H X, MA X J. An evolving hypernetwork model and its properties[J]. *Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica*, 2013, 43(1): 16-22.
- [19] RAMADAN E, TARAFDAR A, POTHEN A. A hypergraph model for the yeast protein complex network[C]//18th International Parallel and Distributed Processing Symposium. [S.l.]: IEEE, 2004: 189.
- [20] SARKAR S, SIVARAJAN K N. Hypergraph models for cellular mobile communication systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 1998, 47(2): 460-471.
- [21] YANG G Y, LIU J G. A local-world evolving hyper-network model[J]. *Chinese Physical B*, 2014, 23(1): 018901.
- [22] GUO J L, ZHU X Y, SUO Q, et al. Non-Uniform evolving hypergraphs and weighted evolving hypergraphs[J]. *Scientific Report*, 2016, 6: 36648.
- [23] 卢文, 赵海兴, 孟磊, 等. 具有双峰特性的双层超网络模型[J]. *物理学报*, 2021, 70(1): 384-392.
LU W, ZHAO H X, MENG L, et al. Double-Layer hypernetwork model with bimodal peak characteristics[J]. *Acta Physica Sinica*, 2021, 70(1): 384-392.
- [24] 王志平, 王众托. 超网络理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008.
WANG Z P, WANG Z T. Hypernetwork theory and its application[M]. Beijing: Science Press, 2008.
- [25] 张子柯. 在线社交网络信息传播机制与动力学研究综述[J]. *情报学报*, 2017, 36(4): 422-431.
ZHANG Z K. Mechanisms and dynamics of information spreading on online social networks: A state-of-the-art survey[J]. *Journal of the China Society for Scientific and Technical Information*, 2017, 36(4): 422-431.
- [26] 李翔, 刘宗华, 汪秉宏. 网络传播动力学[J]. *复杂系统与复杂性科学*, 2010, 7(2): 33-37.
LI X, LIU Z H, WANG B H. On spreading dynamic on networks[J]. *Complex Systems and Complexity Science*, 2010, 7(2): 33-37.
- [27] 王长春, 陈超, 董志强. 网络结构对谣言传播的影响[J]. *系统仿真学报*, 2013, 25(1): 127-138.
WANG C C, CHEN C, DONG Z Q. Effect of network structure on rumor propagation[J]. *Journal of System Simulation*, 2013, 25(1): 127-138.
- [28] 赵之滢, 于海, 朱志良, 等. 基于网络社团结构的节点传播影响力分析[J]. *计算机学报*, 2014, 37(4): 753-766.
ZHAO Z Y, YU H, ZHU Z L, et al. Identifying influential spreaders based on network community structure[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2014, 37(4): 753-766.
- [29] 李锋, 魏莹. 小世界网络下病毒式信息传播的仿真分析[J]. *系统仿真学报*, 2019, 31(9): 1790-1801.
LI F, WEI Y. Simulation analysis of viral-style information diffusion in small world networks[J]. *Journal of System Simulation*, 2019, 31(9): 1790-1801.
- [30] ARRUDA G, PETRI G, MORENO Y. Social contagion models on hypergraphs[J]. *Physical Review Research*, 2020, 2: 023032.
- [31] SUO Q, GUO J L, SHEN A Z. Information spreading dynamics in hypernetworks[J]. *Physica A*, 2018, 495: 475-487.

- [32] JIANG X, WANG Z P, LIU W. Information dissemination in dynamic hypernetwork[J]. *Physica A*, 2019, 532.
- [33] 巩云超, 李发旭, 周丽娜, 等. 在线社交超网络的信息全局传播模型[J]. *电子科技大学学报*, 2021, 50(3): 437-445.
GONG Y C, LI F X, ZHOU L N, et al. Global dissemination of information based on online social hypernetwork[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2021, 50(3): 437-445.
- [34] 王志平, 王佳. 基于超网络的舆论演化动态模型[J]. *复杂系统与复杂性科学*, 2021, 18(2): 29-38.
WANG Z P, WANG J. Dynamic model of public opinion evolution based on hyper-network[J]. *Complex Systems and Complexity Science*, 2021, 18(2): 29-38.
- [35] BERGE C. Hypergraphs: Combinatorics of finite sets[M]. New York: Elsevier, 1989: 1-39.
- [36] 汪小帆, 李翔, 陈关荣. 网络科学导论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2012.
WANG X F, LI X, CHEN G R. Network science: An introduction[M]. Beijing: Higher Education Press, 2012.
- [37] ISELLA L, STEHLÉ J, BARRAT A, et al. What's in a crowd? Analysis of face-to-face behavioral networks[J]. *Journal of Theoretical Biology*, 2011, 271(1): 166-180.
- [38] ROSSI R, AHMED N. The network data repository with interactive graph analytics and visualization[C]//29th AAAI Conference on Artificial Intelligence. [S.l.]: AAAI, 2015: 4292-4293.

编辑 叶芳